

SPELTHEORIE

29 januari 2020 , 9.00-12.00

- Zet op elk blad dat je inlevert je naam en studentnummer.
 - SCHRIJF LEESBAAR. Onleesbare antwoorden kunnen fout gerekend worden.
 - Als je een onderdeel niet kunt maken, mag je het wel gebruiken in de volgende onderdelen.
 - Geef niet alleen antwoorden, maar laat ook zien hoe je er aan komt.
-

Opgave 1, 20 pt.

Beschouw het nulsom spel gedefinieerd door de matrix:

$$\begin{array}{c} U \\ M \\ D \end{array} \begin{array}{ccc} L & C & R \\ \left(\begin{array}{ccc} 2 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \end{array} \right) .$$

- (5 pt) Elimineer alle strikt gedomineerde strategieën.
- (5 pt) Bepaal de waarde van dit spel.
- (10 pt) Bepaal de maximin en minimax strategieën.

Opgave 2, 25 pt.

Een sollicitant is Hardwerkend, met kans $1/3$, of Lui, met kans $2/3$. De sollicitant, die weet of zij H of L is, besluit een dure Cursus te volgen, of Niet. De firma waar zij solliciteert weet niet of de sollicitant H of L is, maar wel of zij de cursus heeft gevolgd. De firma besluit de sollicitant aan te stellen in de belangrijke functie van Manager of het minder belangrijke Assistent.

Als de sollicitant aangesteld wordt als M, dan is haar salaris 10. Zij moet daar de kosten van de cursus van aftrekken, indien ze die gevolgd heeft. Voor type H zijn die kosten 4, maar voor type L zijn die 7. Als de sollicitant wordt aangesteld als A, is haar salaris 4. Ook hier moeten eventuele kosten voor de cursus van worden afgetrokken.

Als de firma een M aanstelt, dan is hun payoff 10 als de sollicitant H is, maar 0 als zij L is. Als de firma een A aanstelt, is hun payoff 4, ongeacht het type van de sollicitant.

- (5 pt.) Teken de extensive form van dit spel.

- (b) (10 pt.) Geef de strategic form van dit spel. Definieer eerst duidelijk welke strategieën de spelers hebben en hoe je die noteert. Bepaal alle Nash evenwichten in zuivere strategieën.
- (c) (10 pt.) Bepaal voor elk NE uit (b) of het een Perfect Bayesian evenwicht is en indien dat het geval is, geef de bijbehorende beliefs.

Opgave 3, 15 pt.

We beschouwen het bargaining probleem waarbij één eenheid van een bepaald goed verdeeld wordt tussen twee spelers. De utilities voor de spelers zijn $u_1(\alpha) = f(\alpha)$ en $u_2(\alpha) = 1 + \frac{1}{2}f(\alpha)$, met $f(\alpha)$ een strikt stijgende, concave functie met $f(0) = 0$ en $f(1) = 2$. Het disagreement punt is $\mathbf{d} = (0, 1)$.

De Nash bargaining oplossing wordt aangegeven met $\mathbf{z} = (z_1, z_2)$.

- (a) (5 pt.) Schets de "feasible" verzameling.
- (b) (5 pt.) Laat met behulp van de axioma's SC (Scale Covariance) en SYM (Symmetry) zien dat $z_1 = 2(z_2 - 1)$.
- (b) (5 pt.) Neem $u(\alpha) = 2\sqrt{\alpha}$. Bereken \mathbf{z} .

Opgave 4, 15 pt.

In een First-Price veiling met volledige informatie wordt een object geveild dat voor alle n bidders dezelfde waarde V heeft. Elke bidder $i = 1, 2, \dots, n$ brengt een bod b_i uit in een gesloten envelop. De veilingmeester vergelijkt de verschillende boden en de bidder die het hoogste bod heeft gedaan krijgt het object en betaalt het bedrag dat hij heeft geboden. Als meerdere bidders het hoogste bod hebben gedaan, wordt de waarde V gelijk over hen verdeeld, maar ook dan betaalt elk van de meerdere winnaars het bedrag dat hij heeft geboden. Deelnemers die het object niet krijgen, betalen niets.

- (a) (5 pt.) Neem aan dat er twee bidders zijn. Geef de payoff functies van de spelers, gegeven dat voor beide spelers de strategieruimte $[0, \infty)$ is.
- (b) (10 pt.) Bepaal alle Nash evenwichten in zuivere strategieën van dit spel, of bewijs dat deze niet bestaan. Hint: teken een best reply diagram.

Opgave 5, 15 pt.

Definieer een twee-speler coöperatief TU spel door: $\mu(1) = a$, $\mu(2) = b$, $\mu(1, 2) = 1$. Hierbij zijn $a \geq 0$ en $b \geq 0$.

- (a) (10 pt.) Laat zien dat als de kern niet leeg is, de Shapley waarde een element is van de kern.

Definieer een drie-speler coöperatief TU spel door: $\nu(1) = 0$, $\nu(2) = 1$, $\nu(3) = 0$, $\nu(1, 2) = 9$, $\nu(1, 3) = 9$, $\nu(2, 3) = 6$ en $\nu(1, 2, 3) = 15$.

- (b) (5 pt) Bepaal de nucleolus.