

1^e deeltentamen Inleiding Kansrekening en Statistiek (WISB161) 2018-2019

13 december 2018

- I Schrijf uw naam en studentnummer op elk vel dat u inlevert.*
- II U mag geen gebruik maken van boeken, aantekeningen en/of elektronische apparatuur.*
- III U mag in ieder onderdeel de conclusies van voorgaande onderdelen gebruiken, ook als u die (nog) niet bewezen hebt. Als u een antwoord op een vorige deelvraag niet heeft kunnen vinden, mag u een antwoord naar keuze veronderstellen en daarmee verder rekenen. Geef duidelijk aan als u dit doet, bijvoorbeeld, “stel het antwoord op vraag 4a is $1/2$ ”, of “Stel het antwoord op 5b is $f_Y(y) = 1$ ”. Als de vraag door de aanname eenvoudiger wordt kan dit tot puntenaftrek leiden.*
- IV Motiveer steeds uw antwoord door duidelijk aan te geven welke argumenten en welke resultaten u gebruikt om een bepaalde conclusie te trekken.*
- V Uitdrukkingen hoeven niet numeriek bepaald te worden. Een antwoord als $\frac{6!}{11!}$ of $\frac{11}{7} \frac{19}{23}$ is prima. Vereenvoudig uw antwoord wel indien mogelijk.*
- VI U heeft 1,5 uur de tijd voor het tentamen.*
- VII Achter elke deelvraag staat het aantal punten dat met de deelvraag te behalen is. De puntenverdeling per vraag is: 1 - 6, 2 - 9, 3 - 8, 4 - 19, 5 - 21, 6 - 15, 7 - 12. In totaal zijn er 90 punten te behalen.*
- VIII De verschillende opgaven worden door verschillende docenten nagekeken. Maak daarom opgave 1 en 2, opgave 3 en 4, opgave 5, en opgave 6 en 7 op aparte vellen.*

Veel succes!

Opgave 1

Er wordt twee keer met een eerlijke 6-zijdige dobbelsteen gegooid.

Zij A de gebeurtenis “de som van de ogen is 7”.

Zij B de gebeurtenis “minstens 1 dobbelsteen heeft precies 1 oog”.

- 6pt) Zijn A en B onafhankelijk?

Opgave 2

Een multiple choice vraag heeft 4 antwoorden waarvan er precies één correct is. Uit ervaring weet de docent dat een student een kans p heeft om het antwoord te weten. Met kans $(1 - p)$ weet de student het antwoord niet en gokt hij een antwoord, zodanig dat de kans om het correcte antwoord te gokken $1/4$ is.

- 9pt) Wat is de kans dat de student het antwoord wist als hij het juiste antwoord heeft ingevuld?

Opgave 3 *Gebruik een nieuw vel papier!*

De bandnaam ABBA heeft 6 permutaties, nl. $\{AABB, ABAB, ABBA, BAAB, BABA, BBAA\}$.

- 8pt) Hoeveel permutaties heeft het woord “STATISTIEK”?

Opgave 4

Alice en Bob gooien met twee eerlijke 6-zijdige dobbelstenen. Als ze geen zes gooien, rollen ze beide dobbelstenen opnieuw, net zo lang tot ze minstens 1 zes gooien. Als beide dobbelstenen 6 ogen hebben krijgt Alice 8 Euro van Bob. Als slechts 1 van de dobbelstenen 6 ogen heeft krijgt Bob 1 Euro van Alice.

- a 6pt) Bepaal de kans dat Alice 8 Euro krijgt van Bob.
- b 6pt) Hoeveel geld wint/verliest Alice gemiddeld met dit spel?
- c 7pt) Bepaal de Variantie in winst/verlies in dit spel voor Alice.

Opgave 5 *Gebruik een nieuw vel papier!*

Zij X en Y continue stochasten met gezamenlijke kansdichtheid en c een constante

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} x + cy^3 & \text{als } 0 \leq x, y \leq 1 \\ 0 & \text{anders.} \end{cases}$$

- a 6pt) Bepaal de constante c .
- b 7pt) Bepaal de marginale kansverdelingen $f_X(x)$ and $f_Y(y)$.
- c 8pt) Bepaal $\text{Cov}(X, Y)$.

Opgave 6 *Gebruik een nieuw vel papier!*

Zij n een strikt-positief geheel getal en zij X_1, X_2, \dots, X_n onafhankelijke, identiek verdeelde stochasten die $\text{Exp}(1)$ verdeeld zijn, i.e.,

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & \text{als } x \geq 0 \\ 0 & \text{als } x < 0. \end{cases}$$

- a 6pt) Bereken de cumulatieve dichtheid van X_1 .
- b 9pt) Bepaal de verdeling van $Y = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$. U mag kiezen of u de cumulatieve dichtheidsfunctie of de kansdichtheidsfunctie bepaalt.

Opgave 7

- 12pt) Gebruik de ongelijkheid van Jensen om te laten zien dat:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2(x) dx \geq \frac{\pi}{4} \sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right).$$

Hint: Zij X een uniforme stochast op $(0, \frac{\pi}{4})$.

Einde.