

Infi A hertentamen 3 jan 2019

Aanwijzingen

- Motiveer alle antwoorden.
- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Gebruik van elektronica of naslagwerken is niet toegestaan.
- Totaal 40 punten.

1. Vind alle $z \in \mathbb{C}$ die voldoen aan $z^4 + 2z^3 + 4z^2 - 2z - 5 = 0$. 4 pt.

2. Vereenvoudig $\cos(\arcsin t)$. Gebruik hierbij een schets. 4 pt.

3. Zij $f(x) = e^{x^2-2x}$. Geef een rationale benadering van $f(\frac{1}{2})$ met behulp van een derde-orde Taylorveelterm van f en steunpunt 0. 4 pt.

4. We bekijken de functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ welke is gegeven door 4 pt.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \log \frac{1}{|x|} & \text{als } x \neq 0, \\ 0 & \text{als } x = 0. \end{cases}$$

Je mag aannemen dat f continu is in $x = 0$. Onderzoek of f ook differentieerbaar is in $x = 0$, en bepaal indien mogelijk $f'(0)$.

5. Laat met de definitie van de complexe e-macht zien dat 4 pt.

$$\begin{aligned} \cos(3t) &= 4 \cos^3 t - 3 \cos t \quad \text{en} \\ \sin(3t) &= 3 \sin t - 4 \sin^3 t. \end{aligned}$$

6. Bereken $\int \frac{x^3}{\sqrt{16-x^2}} dx$. 4 pt.

7. Bereken 4 pt.

$$\int_{2017}^{2018} x(x-2017)^{2016} dx,$$

en vereenvoudig het antwoord tot één eenvoudige breuk.

8. Los het beginwaardeprobleem op:

4 pt.

$$\begin{aligned}x^2 y' + 9y &= 0, \\ y(1) &= \frac{1}{27}.\end{aligned}$$

9. Zij f een functie met de volgende eigenschappen: het domein is \mathbb{R} , f is oneven, en $f(x) > 0$ als $x > 0$. We definiëren

$$g(x) = \int_0^{\sin x} f(t) dt.$$

- a. Bepaal bij welke waarden van x de functie $g(x)$ een (lokaal) extreme waarde heeft. 4 pt.
- b. Laat zien dat $g(x) \geq 0$ voor alle $x \in \mathbb{R}$. (Kan met of zonder vraag a!) 4 pt.
- c. (Bonusvraag) Onderzoek of de integraal bonus 2 pt.

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^{1-g(x)}}$$

convergent of divergent is.