

Tentamen Infinitesimaalrekening A

8 november 2012, 13.30 – 16.30 uur

- Maak de opgaven op het uitgereikte papier en vul op elk blad dat je inlevert je naam en studentnummer in.
- Zet op het eerste blad het nummer van je groep. Nummers van werkcollegegroepen en namen van werkcollegebegeleiders en studentassistenten:
 - 1 (BBL 023), Timo Kluck, Thom Klaasse.
 - 2 (Wisk 611/BBL 205) Wilfred de Graaf, Ralph Klaasse.
 - 3 (BBL 071) Jan van Zweeden, Hans Oude Groeninger.
 - 4 (BBL 077) Siamak Taati, Wiet van Lanschot
 - 5 (BBL 075/007) Valentijn Karemaker, Xander van den Eelaart.
- Geef niet alleen het antwoord, maar laat ook zien hoe je aan dat antwoord komt.
- Je hoeft alleen de eerste zeven opgaven te maken, deze tellen elk voor tien punten, behalve opgave 5, die voor 15 punten telt. Het tentamencijfer is het totaal aantal punten gedeeld door 7,5. Met de achtste opgave (bonusopgave) kun je maximaal tien punten extra verdienen, met dien verstande dat het totaalcijfer voor het tentamen nooit hoger dan 10 kan zijn.
- Op dit tentamen mogen geen rekenapparaten of andere electronica gebruikt worden, en ook geen boeken, dictaten of eigen aantekeningen.
- Veel succes!

Opgave 1. Bepaal een tweemaal differentieerbare functie $y(x)$ zodat $y'' - 2y' + 2y = x$ en $y(0) = 1$ en $y'(0) = 0$.

Opgave 2. Bepaal $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{1-\cos x}$ en $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\frac{1}{x}}$.

(let op: de exponent in de tweede formule is $\frac{1}{x}$)

Z.O.Z!!!!!!!

Opgave 3. Bepaal de tweede-orde Taylorveelterm van $f(x) = \sqrt[3]{x}$ in het steunpunt

1. Bepaal hiermee benaderingen van $\sqrt[3]{0,7}$ en $\sqrt[3]{1,3}$.

(let op: derdemachtswortels)

Laat zien dat de fout in de benadering van $\sqrt[3]{1,3}$ minder is dan $\frac{1}{600}$.

Opgave 4. Bepaal alle complexe getallen z die voldoen aan $z^2 + 3iz = 3z + 5i$.

Schrijf de getallen in de vorm $a + bi$ waarbij a en b rationale getallen zijn.

Opgave 5 (15 punten). (a) Primitiveer voor $x > 0$ de functie $f(x) = e^{\sqrt{x}}$.

(b) Bereken $\int_0^1 \frac{3x}{x^2 - x - 2} dx$.

Opgave 6. Bepaal alle differentieerbare functies $y(x)$, die gedefinieerd zijn op het

domein $(0, \infty)$, en waarvoor geldt $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 0$.

Bepaal ook alle differentieerbare functies $y(x)$, die gedefinieerd zijn op het domein

$(0, \infty)$, en waarvoor geldt $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 3$.

Opgave 7.

We bekijken de functie $f(x) = x^7 + 7x$ op de reële getallen.

Laat zien dat deze functie een inverse functie g heeft met domein de reële getallen.

Bereken $g'(8)$, en geef een lineaire benadering van g in het steunpunt 8.

Bonusopgave: Opgave 8.

We stellen voor elk natuurlijk getal n groter dan 1:

$$f(n) = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{i} - \ln n.$$

Laat allereerst zien dat $f(n+1) > f(n)$.

Nu stellen we $c = \lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$.

Beargumenteer dat het getal c tussen $\frac{1}{2}$ en 1 ligt.