

WISB108 Infi 2 tentamen

Dinsdag 31 januari 2023, 13:30 – 16:30

Aanwijzingen

- Alle opgaven mogen in vrije volgorde op hetzelfde blad.
- Geef altijd een duidelijke uitwerking met voldoende tekst-uitleg. Alleen een antwoord zonder motivatie is altijd fout, en alleen formules meestal ook.
- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Je kunt alle (deel)vragen onafhankelijk van elkaar maken, ook als een eerdere (deel)vraag niet gelukt is.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Je mag gebruik maken van een spiekbrief (met de hand enkelzijdig beschreven). De spiekbrief inleveren met je werk.
- Andere hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Notatie: met log wordt de natuurlijke logaritme met grondtal e bedoeld.
- Totaal 28 punten.

Normering

100% Uitwerking is correct, efficiënt en getuigt van een goed begrip van de theorie. Het is helder opgeschreven met voldoende toelichting. Een onbelangrijk rekenfoutje kan misschien door de vingers gezien worden.

75% Grote lijn begrepen, maar technische vaardigheid schiet tekort; signaleert falende *sanity checks* maar is niet in staat de problemen op te lossen; maakt meerdere fouten (al dan niet door slordigheid); geeft wel enige uitleg maar niet voldoende; gebruikt verwerpelijke notaties.

50% Weet ongeveer wat te doen maar lijdt aan gebrek aan vaardigheid en/of inzicht; mist belangrijke gevalonderscheidingen of uitzonderingen etc.; herkent evident foute tussenresultaten niet; toont onvoldoende vaardigheid/controle/zelfreflectie. Een combinatie van meerdere bij 75% genoemde tekortkomingen kan ook leiden tot deze normering.

25% Aardig begintje maar het levert niet echt wat op, of: een combinatie van meerdere bij 50% genoemde tekortkomingen.

0% Geen idee wat te doen, of: geeft alleen formules zonder uitleg en de opgave vereiste meer dan alleen simpel rekenwerk.

Opmerking: indien *ernstige* fouten gemaakt worden op het gebied van vwo-voorkennis (kettingregel vergeten, slechte beheersing gonio, ...) kan de normering een punt lager uitvallen dan anders het geval zou zijn geweest.

1. De kromme \mathcal{C} is de doorsnijding van de cylinder $x^2 + y^2 = 4x$ en het vlak $x + z = 2$. Bepaal een raakvector aan \mathcal{C} in het punt $(1, -\sqrt{3}, 1)$. 4 pt.

2. Integreer $\left(\frac{x-y}{x+y}\right)^2$ over het gebied met hoekpunten $(1, 0)$, $(2, 0)$, $(0, 2)$, $(0, 1)$. 4 pt.
Gebruik de substitutie $u = x + y$, $v = x - y$.

3. a. Bestaat er een vectorveld \mathbf{F} op \mathbb{R}^3 zodanig dat $\mathbf{rot} \mathbf{F}(x, y, z) = (yz, xyz, zx^2)$? 3 pt.
Geef een voorbeeld, of leg uit waarom niet.

- b. Bestaat er een scalaire functie $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ zodanig dat $\nabla f(x, y, z) = (2xy + y^2, 2xy + x^2, 3z^2)$? 3 pt.
Geef een voorbeeld, of leg uit waarom niet.

4. Bepaal $\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$, indien $\mathbf{F}(x, y, z) = (x, -z, y)$ en de kromme \mathcal{C} geparametriseerd is met $\mathbf{r}(t) = (2t, 3t, -t^2)$ voor $0 \leq t \leq 1$. 4 pt.

5. Bereken $\int_{\mathcal{S}} |xy| \, dS$ waarin het oppervlak \mathcal{S} bestaat uit de cylinderwand $x^2 + z^2 = 1$ tussen de vlakken $y = 0$ en $y = 2$ (het gaat alleen om de wand, *zonder* de eindvlakken). 4 pt.

6. Laat f en g allebei gladde functies $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ zijn. We zeggen dat f en g *functioneel afhankelijk* zijn indien er een functie $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ bestaat zodanig dat $f(x, y) = h(g(x, y))$ voor alle $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.
 - a. Stel dat f en g functioneel afhankelijk zijn. Toon aan dat de Jacobiaan $\frac{\partial(f, g)}{\partial(x, y)} = 0$ voor alle x, y . 3 pt.

 - b. Er bestaan functies f en g zodanig dat $\frac{\partial(f, g)}{\partial(x, y)} = 0$ voor alle x, y , terwijl f en g *niet* functioneel afhankelijk zijn. Geef een voorbeeld en laat zien dat je voorbeeld voldoet. 3 pt.