[20210204] WISB108 - Infinitesimaalrekening en Lineaire Algebra 2 - 2 - thuis

Cursus: BETA-WISB108 Infinitesimaalrekening en Lineaire Algebra 2 (WISB108)

Tijdsduur:	45 minuten
Aantal vragen:	6

[20210204] WISB108 - Infinitesimaalrekening en Lineaire Algebra 2 - 2 - thuis

Cursus: Infinitesimaalrekening en Lineaire Algebra 2 (WISB108)

Dit is de afsluitende quiz van Lineaire algebra blok 2 (WISB108). Je mag het dictaat van Lineaire Algebra raadplegen, maar het gebruik van andere externe bronnen (zoals internet, rekenmachine, andere personen, boeken etc) is niet toegestaan.

Veel succes!

Aantal vragen: 6

1 Beste student,

0,01 pt.

Deze toets vindt plaats onder bijzondere omstandigheden waarin we, nog meer dan anders, vertrouwen op jullie professionaliteit en integriteit.
Om te zorgen dat iedereen daarvan dezelfde verwachtingen heeft vragen we je om onderstaande verklaring te ondertekenen **door in het antwoordvak “akkoord” te typen**.

Als je niet instemt dan is de toets in principe ongeldig.

Dit kan alleen ongedaan gemaakt worden door een uitspraak van de examencommissie, die verkregen kan worden door de commissie een schriftelijke verklaring te sturen per email.

- Ik maak deze toets onder mijn eigen naam/Ik ben ingelogd met mijn eigen account.
- Ik maak deze toets zelf, zonder contact met of hulp van anderen.
- Ik zal vragen en antwoorden niet kopiëren, “screendumpen” of op andere manier vastleggen of verspreiden, tijdens noch na afloop van de toets.
- Ik zal alleen de toegestane hulpmiddelen en bronnen gebruiken die aangegeven worden in de introductietekst van de toets.

Ik weet dat:

- Het schenden van bovengenoemde afspraken wordt aangemerkt als Fraude (zie OER art 5.14).
- Antwoorden gecontroleerd kunnen worden op plagiaat.
- De uitslagen van deze toets onder voorbehoud zijn: de examinator kan mij in een later stadium nog uitnodigen voor een aanvullende mondelinge toetsing (bijvoorbeeld via Skype of Teams).

Onderteken door het woord AKKOORD in dit vak te typen ....

Na het opslaan en indienen van het antwoord zal de toets worden gestart.

2 De oplossingsverzameling van de differentiaalvergelijking $y'' - 10y' + 29y = 29x + 48$ is gelijk aan:

1 pt.

a. $y(x) = Ae^{2x}\cos(5x) + Be^{2x}\sin(5x) + x + 2$ met $A, B \in \mathbb{R}$

b. $y(x) = A(e^{5x}\cos(2x) + e^{5x}\sin(2x)) + B(x+2)$ met $A, B \in \mathbb{R}$

c. $y(x) = Ae^{5x}\cos(2x), y(x) = Be^{5x}\sin(2x)$ en $y(x) = x + 2$ met $A, B \in \mathbb{R}$

d. $y(x) = Ae^{5x}\cos(2x) + Be^{5x}\sin(2x) + 2x + 1$ met $A, B \in \mathbb{R}$

e. $y(x) = Ae^{5x}\cos(2x) + Be^{5x}\sin(2x) + 29x + 48$ met $A, B \in \mathbb{R}$

f. $y(x) = A(e^{5x}\cos(2x) + e^{5x}\sin(2x)) + B(x+2)$ met $A, B \in \mathbb{R}$

g. $y(x) = Ae^{2x}\cos(5x) + Be^{2x}\sin(5x) + 29x + 48$ met $A, B \in \mathbb{R}$

h. $y(x) = Ae^{5x}\cos(2x) + Be^{5x}\sin(2x) + x + 2$ met $A, B \in \mathbb{R}$

3
1 pt.

Laat M_{22} de lineaire ruimte zijn van 2×2 matrices met reële coëfficiënten en met inproduct $\langle A, B\rangle = \mathrm{Spoor}(AB^t)$. Laat W de lineaire deelruimte zijn opgespannen door $V_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ en $V_2 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Een orthonormale basis voor W wordt gegeven door:

a. $W_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, W_2 = \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

b. $W_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, W_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

c. $W_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, W_2 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

d. $W_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, W_2 = \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

e. $W_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, W_2 = \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

f. $W_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, W_2 = \frac{1}{\sqrt{14}} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

g. $W_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, W_2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

h. $W_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, W_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

4 Laat V een vectorruimte zijn van eindige dimensie met inproduct $\langle , \rangle$. Laat W een lineaire deelruimte zijn van V met dimensie ongelijk aan 0 en strikt kleiner dan de dimensie van V . Laat P_W de orthogonale projectie zijn van V op W . Welke van de volgende beweringen zijn waar?

0,125 pt. **a.** P_W is een orthogonale afbeelding

- **a.** Waar
- **b.** Onwaar

0,125 pt. **b.** P_W is een symmetrische afbeelding

- **a.** Waar
- **b.** Onwaar

0,125 pt. **c.** P_W heeft reële eigenwaarden ongelijk aan ± 1

- **a.** Waar
- **b.** Onwaar

0,125 pt. **d.** P_W is niet diagonaliseerbaar

- **a.** Waar
- **b.** Onwaar

0,125 pt. **e.** P_W behoudt inproducten tussen vectoren

- **a.** Waar
- **b.** Onwaar

0,125 pt. **f.** P_W wordt gegeven door $P_W(\mathbf{v}) = \langle \mathbf{v}, \mathbf{e_1} \rangle \mathbf{e_1} + \langle \mathbf{v}, \mathbf{e_2} \rangle \mathbf{e_2} + \cdots + \langle \mathbf{v}, \mathbf{e_m} \rangle \mathbf{e_m}$ waarbij $\mathbf{e_1}, \ldots, \mathbf{e_m}$ een basis is van W

- **a.** Waar
- **b.** Onwaar

0,125 pt. **g.** Als $\mathbf{v} \in V$ en $\mathbf{w} \in W$ willekeurig zijn, dan is de afstand tussen $P_W(\mathbf{v})$ en $\mathbf{v}$ kleiner of gelijk aan de afstand tussen $\mathbf{w}$ en $\mathbf{v}$

- **a.** Waar
- **b.** Onwaar

0,125 pt. **h.** $P_W(\mathbf{v}) = \mathbf{v}$ dan en slechts dan als $\mathbf{v} \in W$

a. Waar

b. Onwaar

5 Hieronder wordt steeds een vectorruimte V gegeven met een product $\langle , \rangle : V \times V \to \mathbb{R}$. Geef aan welk product een inproduct definiëert op V en welk product geen inproduct definieert.

0,25 pt. **a.**

$V = \mathrm{Span}(\sin(x), \cos(x))$ en $\langle f, g \rangle = \int_0^{2\pi} f(x)g(x)dx$

a. Inproduct

b. Geen inproduct

0,25 pt. **b.**

$V = \mathbb{R}^2$ en $\langle \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \rangle = 2x_1y_1 - 3x_2y_2$

a. Inproduct

b. Geen inproduct

0,25 pt. **c.**

$V = \mathbb{R}[X]$ en $\langle P(X), Q(X) \rangle = \int_0^1 (P(X) + Q(X))dX$

a. Inproduct

b. Geen inproduct

0,25 pt. **d.**

$V = C([0,1])$ en $\langle f(x), g(x) \rangle = \int_0^1 \frac{df(x)}{dx} g(x)dx$

a. Inproduct

b. Geen inproduct

6 Laat V een eindig dimensionale vectorruimte zijn met inproduct en $A\colon V \to V$ een lineaire afbeelding. Welke van de onderstaande beweringen zijn waar?

0,25 pt. **a.** Als alle eigenwaarden van A gelijk zijn aan ± 1 , dan is A orthogonaal

a. Waar

b. Onwaar

0,25 pt. **b.** Als V een orthonormale basis heeft van eigenvectoren van A met reële eigenwaarden, dan is A symmetrisch

a. Waar

b. Onwaar

0,25 pt. **c.** Als E een basis is van V en voor alle $\mathbf{e_i}, \mathbf{e_j} \in E$ geldt dat $\langle A(\mathbf{e_i}), A(\mathbf{e_j}) \rangle = \langle \mathbf{e_i}, \mathbf{e_j} \rangle$ dan is A orthogonaal

a. Waar

b. Onwaar

0,25 pt. **d.** Als A symmetrisch is en $\mathbf{v_1}$ en $\mathbf{v_2}$ zijn twee onafhankelijke eigenvectoren, dan zijn $\mathbf{v_1}$ en $\mathbf{v_2}$ orthogonaal

a. Waar

b. Onwaar