Deeltoets Lineaire algebra 2 (WISB108)
Dinsdag 15 december 2020 15.15-16.00

Docent: *Barbara van den Berg*

- Schrijf je naam en studentnummer op elk vel.
- Het gebruik van het dictaat is toegestaan. Het gebruikt van andere hulpmiddelen zoals telefoons, laptops, rekenmachines of andere bronnen is **NIET** toegestaan.
- Geef niet alleen antwoorden, maar laat bij elke (deel)opgave duidelijk zien hoe je aan je antwoorden komt en bewijs je beweringen.
- Volg de volgende stappen voor het inleveren van het tentamen:
  1. Maak om 16.00 (of 16.10 als je extra tijd hebt) foto's met je mobiel van je uitwerking. De foto's bewaar je zelf en hier hoef je niets mee te doen zolang er niet om gevraagd wordt.
  2. Je maakt een goed leesbare scan van je uitwerking die je uploadt in Blackboard. Je hebt hier 15 minuten de tijd voor. Als het niet lukt om een scan binnen 15 minuten te uploaden dan is dat geen probleem, maar dan kan ik achteraf vragen om de foto's uit stap 1. In ieder geval moet de uitwerking binnen 40 minuten na afloop in Blackboard geupload zijn.

Opgave 1

(*0 punten*) Onderteken de volgende verklaring: Hierbij verklaar ik dat ik de uitwerkingen bij dit tentamen zelf heb gemaakt zonder hulp van andere personen of van hulpmiddelen anders dan het dictaat. 15 december 2020, naam en handtekening:

Opgave 2

(*10 punten*) Waar of onwaar: De verzameling $W = \{A \in M_{2,2} | \det(A) \neq 0\}$ van 2×2-matrices met determinant ongelijk aan nul is een lineaire deelruimte van $M_{2,2}$. Licht je antwoord toe.

Opgave 3

(*35 punten*) Laat $E = \{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\}$ de standaardbasis van $\mathbb{R}^2$ zijn en $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ een lineaire afbeelding zodat $A_E^E = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Geef een basis B van $\mathbb{R}^2$ en een inverteerbare matrix S zodat A_B^B diagonaal is en $A_E^E = SA_B^BS^{-1}$.

Z.O.Z. voor vervolg!

Opgave 4

(*35 punten*) Laat $A : \mathbb{R}[X]_{\leq 2} \to \mathbb{R}[X]_{\leq 2}$ de lineaire afbeelding zijn gedefinieerd door

$$A(P(X)) = P'(X) = \frac{dP(X)}{dX},$$

de afgeleide van $P(X)$. Je hoeft voor het vervolg niet te bewijzen dat A lineair is. Laat $E = \{1, X, X^2\}$ de standaardbasis zijn van $\mathbb{R}[X]_{\leq 2}$.

(a). (*13 punten*) Geef de matrix A_E^E.

(b). (*12 punten*) Wat zijn de eigenwaarden van A_E^E?

(c). (*10 punten*) Laat zien dat A niet diagonaliseerbaar is.

Opgave 5

(*20 punten*) Laat V een vectorruimte zijn over $\mathbb{R}$ van eindige dimensie en $A : V \to V$ een lineaire afbeelding. Bewijs dat A injectief is dan en slechts dan als A surjectief is.

Nogmaals de inleverinstructies:

1. **Maak om 16.00 (of 16.10 als je extra tijd hebt) foto's met je mobiel van je uitwerking. De foto's bewaar je zelf en hier hoef je niets mee te doen zolang er niet om gevraagd wordt.**

2. **Je maakt een goed leesbare scan van je uitwerking die je uploadt in Blackboard. Je hebt hier 15 minuten de tijd voor. Als het niet lukt om een scan binnen 15 minuten te uploaden dan is dat geen probleem, maar dan kan ik achteraf vragen om de foto's uit stap 1. In ieder geval moet de uitwerking binnen 40 minuten na afloop in Blackboard geupload zijn.**

Neem bij technische problemen contact op met Barbara van den Berg.