

# WISB108 Infi 2 tentamen dinsdag 2 feb 2021, 15:15 – 18:15

## Aanwijzingen

- Geef altijd een duidelijke uitwerking met voldoende tekst-uitleg. Alleen een antwoord zonder motivatie is altijd fout, en alleen formules meestal ook.
- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Je kunt alle (deel)vragen onafhankelijk van elkaar maken, ook als een eerdere (deel)vraag niet gelukt is.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Je mag gebruik maken van het dictaat, overig cursusmateriaal in de Infi-map van de cursus op Teams, en eigen aantekeningen. Gebruik van andere hulpbronnen is niet toegestaan. Je moet een verklaring ondertekenen dat je je hieraan houdt.
- Let extra goed op leesbaarheid (ivm scannen).
- **Inleveren:** op Blackboard bij Assessments. Lever precies één pdf-bestand in. Gebruik de bestandsnaam INFI2\_Achternaam\_studentnummer.pdf.
- Bij vragen, twijfel over de regels, of logistieke problemen kun je per Teams of email contact opnemen met Steven (@Steven of s.a.wepster@gmail.com) of met Jetze (@Jetze of j.zoethout@uu.nl).
- Totaal 32 punten.

## Normering

100% Uitwerking is correct, efficiënt en getuigt van een goed begrip van de theorie. Het is helder opgeschreven met voldoende toelichting. Een onbelangrijk rekenfoutje kan misschien door de vingers gezien worden.

75% Grote lijn begrepen, maar technische vaardigheid schiet tekort; signaleert falende *sanity checks* maar is niet in staat de problemen op te lossen; maakt meerdere fouten (al dan niet door slordigheid); geeft wel enige uitleg maar niet voldoende; gebruikt verwerpelijke notaties.

50% Weet ongeveer wat te doen maar lijdt aan gebrek aan vaardigheid en/of inzicht; mist belangrijke gevalsonderscheidingen of uitzonderingen etc.; herkent evident foute tussenresultaten niet; toont onvoldoende vaardigheid/controle/zelfreflectie. Een combinatie van meerdere bij 75% genoemde tekortkomingen kan ook leiden tot deze normering.

25% Aardig beginnetje maar het levert niet echt wat op, of: een combinatie van meerdere bij 50% genoemde tekortkomingen.

0% Geen idee wat te doen, of: geeft alleen formules zonder uitleg en de opgave vereiste meer dan alleen simpel rekenwerk.

Opmerking: indien *ernstige* fouten gemaakt worden op het gebied van vwo-voorkennis (kettingregel vergeten, slechte beheersing gonio, ...) kan de normering een punt lager uitvallen dan anders het geval zou zijn geweest.

Print en onderteken deze verklaring, of schrijf de verklaring over en onderteken.

---

**Verklaring**

Hierbij verklaar ik dat ik de uitwerkingen bij dit tentamen zelf heb gemaakt zonder hulp van andere personen of van hulpmiddelen anders dan het dictaat, overig cursusmateriaal in de Infi-map van de cursus op Teams, en eigen aantekeningen.

2 februari 2021, naam en handtekening:

---

1. Bereken  $\int_{\mathbb{R}^2} \frac{d(x, y)}{(1 + x^2 + y^2)^{3/2}}$ . 4 pt.

2. Zij  $\alpha = (a, b, c)$  een constante vector en  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  een vectorveld. 4 pt.  
Bepaal  $\nabla \times (\alpha \times \mathbf{r})$ .

3. Een kromme  $\mathcal{C}$  is geparametriseerd door  $\mathbf{r}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3, t \mapsto (\cos \pi t, te^{-2t}, \sin \pi t)$ . 4 pt.  
Vind alle coördinaten waar de raaklijn aan de kromme evenwijdig is aan één van de drie coördinaatassen ( $x$ -as,  $y$ -as of  $z$ -as).

4. Zij  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  gegeven door  $f(x, y, z) = axy^2 + byz + cx^3z^2$ . Men bekijkt de richtingsafgeleide van  $f$  in het punt  $(1, 2, -1)$  in alle mogelijke richtingen  $\hat{\mathbf{u}}$ . Deze richtingsafgeleide blijkt een maximum 64 te hebben in de richting  $(0, 0, 1)$ . Bepaal  $a, b$  en  $c$ . 4 pt.

5. Zij  $\mathcal{S}$  een glad oppervlak in  $\mathbb{R}^3$  met gesloten rand  $\mathcal{C}$ , en  $\mathbf{F}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  de gradient van een scalair veld  $f$ . Angela en Boris betwisten of 4 pt.

$$\int_{\mathcal{S}} \nabla \times \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}.$$

Is dit correct? Leg uit waarom wel of geef een tegenvoorbeeld. (Gebruik van de stelling van Stokes, als je daarmee bekend bent, is voor deze opgave niet toegestaan.)

6. Bereken de flux van het veld  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  door het oppervlak  $\mathcal{S}$  met parametrisering  $\Psi: [0, 2\pi]^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  gegeven door 6 pt.

$$\Psi(u, v) = (\cos u(a + \cos v), \sin u(a + \cos v), \sin v),$$

waarin  $a \geq 1$  een constante.

7. In deze opgave is  $\mathcal{H}$  het gebied in  $\mathbb{R}^2$  met  $x \geq a > 0$ . We gebruiken een coördinaten-transformatie gegeven door

$$x^2 + y^2 = u^2 + a^2, \quad y = vx.$$

De lijnen  $u = \text{constant}$  en  $v = \text{constant}$  staan in de figuur hieronder.

a. Laat zien dat  $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = \frac{u}{1 + v^2}$ . 3 pt.

b. Gebruik bovenstaande transformatie om te laten zien dat 3 pt.

$$\int_{\mathcal{H}} e^{-(x^2+y^2)} d(x, y) = ae^{-a^2} \int_0^\infty \frac{e^{-u^2}}{a^2 + u^2} du.$$

