

Inleiding Kansrekening en Statistiek (WISB 161)

Deeltentamen

Sjoerd Dirksen

10 December 2019, 08:30-10:00

Dit tentamen bestaat uit 5 vragen en een bonusvraag. Schrijf op elk ingeleverd blad je naam en studentnummer. Voorzie elk antwoord van een zorgvuldige motivatie.

Vraag 1 [6 punten]

Een Nederlands mobiel nummer begint met de cijfers 06, gevolgd door acht cijfers van 0 tot en met 9. Als we aannemen dat elk mobiel nummer even waarschijnlijk is, wat is dan de kans dat iemand een mobiel nummer heeft waarvan de laatste acht cijfers allemaal verschillend van elkaar zijn?

Vraag 2 [6 punten]

De bevolking van België bestaat uit als Nederlandstalig en als Franstalig geregistreerde personen (er zijn geen personen die als beide of als geen van beide geregistreerd zijn). De bevolking is voor 60% Nederlandstalig en 40% Franstalig. 80% van de Nederlandstalige Belgen spreekt Engels en 40% van de Franstalige Belgen spreekt Engels. Als we een willekeurige persoon in België aanspreken, wat is dan de kans dat deze persoon Engels spreekt?

Vraag 3 [6 punten]

Zij $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ een kansruimte en zij $A, B \in \mathcal{F}$.

(a) Laat zien dat

$$\mathbb{P}(A \cap B) \geq \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - 1.$$

(b) Als de gebeurtenis B de gebeurtenis A waarschijnlijker maakt, maakt A dan ook B waarschijnlijker?

Vraag 4 [12 punten]

Zij X een continue kansvariabele met kansdichtheid $f_X : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$ gegeven door

$$f_X(x) = \begin{cases} c(4x - 2x^2) & \text{als } 0 < x < 2 \\ 0 & \text{elders,} \end{cases}$$

waarbij $c \in \mathbb{R}$.

(a) Bepaal de waarde van c .

(b) Bereken $\mathbb{P}(\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2})$.

(c) Bereken $\mathbb{E}(e^X/X)$.

Hint: Als het niet lukt om onderdeel (a) uit te werken, geef dan de antwoorden van (b) en (c) in termen van c .

Vraag 5 [6 punten]

Zij X een geometrisch verdeelde kansvariabele met parameter p en zij

$$Y = \left| \cos\left(\frac{\pi}{2}X\right) \right|.$$

Bepaal de kansfunctie van Y .

Bonusvraag [4 punten]

Zij X een negatieve kansvariabele, d.w.z., $X < 0$. Is het waar dat

$$\mathbb{E}(X^3) \leq [\mathbb{E}(X)]^3 ?$$