WISB108 Infi 2 hertentamen
di 14 april 2020, 13:30 – 15:30

Aanwijzingen

- Motiveer alle antwoorden.
- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- **Gebruik van andere hulpbronnen dan dictaat, errata en eigen aantekeningen is niet toegestaan. Onderteken de verklaring (zoz) dat je je hieraan houdt.**
- **Let extra goed op leesbaarheid (ivm scannen).**
- **Je mag aan de opgaven werken tot 15:30 (extra tijd tot 15:50). Daarna stop je met werken en ga je direct scannen.**
- **Verstuur je uitwerkingen naar s.a.wepster@gmail.com of s.a.wepster@uu.nl.**
- **Vragen of logistieke problemen kunnen naar hetzelfde emailadres.**
- Notatie: met log wordt de natuurlijke logaritme met grondtal e bedoeld.
- Totaal 27 punten.

Normering

100% Uitwerking is correct, efficiënt en getuigt van een goed begrip van de theorie. Het is helder opgeschreven met voldoende toelichting. Een onbelangrijk rekenfoutje kan misschien door de vingers gezien worden.

75% Grote lijn begrepen, maar technische vaardigheid schiet tekort;
signaleert falende *sanity checks* maar is niet in staat de problemen op te lossen;
maakt meerdere fouten (al dan niet door slordigheid);
geeft wel enige uitleg maar niet voldoende;
gebruikt verwerpelijke notaties.

50% Weet ongeveer wat te doen maar lijdt aan gebrek aan vaardigheid en/of inzicht;
mist belangrijke gevalsonderscheidingen of uitzonderingen etc.;
herkent evident foute tussenresultaten niet;
toont onvoldoende vaardigheid/controle/zelfreflectie.
Een combinatie van meerdere bij 75% genoemde tekortkomingen kan ook leiden tot deze normering.

25% Aardig beginnetje maar het levert niet echt wat op, of: een combinatie van meerdere bij 50% genoemde tekortkomingen.

0% Geen idee wat te doen, of: geeft alleen formules zonder uitleg en de opgave vereiste meer dan alleen simpel rekenwerk.

Opmerking: indien *ernstige* fouten gemaakt worden op het gebied van vwo-voorkennis (kettingregel vergeten, slechte beheersing gonio, . . .) kan de normering een punt lager uitvallen dan anders het geval zou zijn geweest.

De opgaven staan op de achterkant.

Print en onderteken deze verklaring, of neem de verklaring met de hand over en onderteken.

Verklaring
Hierbij verklaar ik dat ik de uitwerkingen bij dit tentamen zelf heb gemaakt zonder hulp van andere personen of van andere hulpmiddelen behalve het dictaat, de errata bij het dictaat en eigen aantekeningen.

24 april 2020, naam en handtekening:

---

1. We beschouwen de functie $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ met voorschrift

$$(x, y) \mapsto (y - x^2)(y - 2x^2).$$

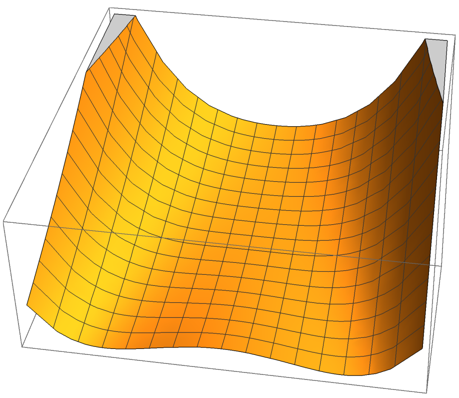
De grafiek van $z = f(x, y)$ staat onder de opgave.

a. Bepaal het raakvlak aan de grafiek van $z = f(x, y)$ in de oorsprong O. 2 pt.

Zij ℓ een rechte lijn door O in het x, y-vlak. Merk op dat $f\colon \ell \to \mathbb{R}$ in wezen een functie van één parameter is.

b. Laat zien dat $f\colon \ell \to \mathbb{R}$ in O een minimum heeft voor elke rechte lijn ℓ door O. 2 pt.

c. Heeft f in O een minimum? Verklaar je antwoord. 2 pt.



2. Zij $\mathcal{D}$ het vierkant in $\mathbb{R}^2$ met $0 \leq x \leq 1$ en $0 \leq y \leq 1$. Bereken 4 pt.

$$\int_{\mathcal{D}} \mathrm{e}^{x^2+y^2-x^2y^2}\sqrt{1-x^2}\,\mathrm{d}(x,y)$$

met behulp van de coördinatentransformatie

$$(u,v) = (x, y\sqrt{1-x^2}).$$

3. Zij $\mathcal{D}$ het gebied $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1,\ -1 \leq y \leq 1\}$ en $\mathcal{S}$ het oppervlak gedefinieerd door $z = x^2 + y$ met $(x,y) \in \mathcal{D}$. Bereken $\displaystyle\int_{\mathcal{S}} x\,\mathrm{d}S$. 4 pt.

4. We beschouwen het gebied $\mathcal{D} \subset \mathbb{R}^3$ waar geldt dat $x > 0$, $y > 0$ en $z > 0$. In dit gebied nemen we

   - het vectorveld $\boldsymbol{F} = \left(\dfrac{\log(y^2)}{x}, \dfrac{\log(x^2)}{y}, -\dfrac{1}{z}\right)$,
   - het oppervlak $\mathcal{S} = \{(x,y,z) \in \mathcal{D} \mid 1 \leq x \leq 2,\ 1 \leq y \leq 2,\ z = 4\}$,
   - de kromme $\mathcal{C}$ geparametriseerd met $t \mapsto (2-t,\ 1+t,\ 16(t-\frac{1}{2})^2)$ voor $t \in [0,1]$.

   Onderzoek of de volgende beweringen waar zijn en verklaar je antwoorden:

   a. $\boldsymbol{F}$ is conservatief; 3 pt.

   b. de flux van $\boldsymbol{F}$ door $\mathcal{S}$ is 0; 3 pt.

   c. de integraal van $\boldsymbol{F}$ langs $\mathcal{C}$ is 0. 3 pt.

5. Zij u een tweemaal differentieerbare scalaire functie op $\mathbb{R}^2$. We noteren de partiële afgeleiden als $u_x = \frac{\partial u}{\partial x}$ etc. Gegeven is dat er een differentieerbare functie $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ bestaat zodanig dat $f(u_x, u_y) = 0$, waarbij $\operatorname{grad} f \neq \mathbf{0}$ is. Laat zien dat u voldoet aan de differentiaalvergelijking 4 pt.

$$u_{xx}u_{yy} - u_{xy}^2 = 0.$$

Hint: schrijf $g(x,y) = f(u_x(x,y), u_y(x,y))$. Wat weet je over $\operatorname{grad} g$?