Hertentamen Infi B

3 juli 2019, 9.00-12.00

- Zet op elk blad dat je inlevert je naam en nummer.
- BELANGRIJK: Schrijf het antwoord op iedere vraag op een apart blad.
- Laat bij elk antwoord zien hoe je er aan bent gekomen.
- Het gebruik van een rekenmachine of ander zelf meegebracht materiaal is niet toegestaan.
- Doe je best om LEESBAAR te schrijven. Onleesbare antwoorden kunnen fout gerekend worden.

Opgave 1 (15 pt)

(a) (8 pt) Geef een parametrisatie van de kromme gedefinieerd als de doorsnede van de oppervlakken $x^2 + y + z = 2$ en $xy + z = 1$.

(b) (7 pt) Bepaal de waarde van

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy^2}{x^2 + y^4},$$

of laat zien dat deze limiet niet bestaat.

Opgave 2 (15 pt)
Zij $E \subset \mathbb{R}^2$ het gebied gedefinieerd door: $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x^2 + y^2 \leq 2$ en $x \geq y$. De rand van E noemen we $\mathcal{K}$.
Gegeven is verder het vectorveld

$$\mathbf{G}(x, y) = xy(3x - y)\mathbf{i} + x^2(x + y)\mathbf{j}$$

(a) (3 pt) Teken E.

(b) (12 pt) Bereken de lijnintegraal

$$\int_{\mathcal{K}} \mathbf{G} \cdot d\mathbf{r}$$

Opgave 3 (20 pt)
Zij $C \subset \mathbb{R}^3$ de scheef afgesneden halve cylinder:
$C = \{(x, y, z) \,|\, x^2 + y^2 \leq 1\,,\ x \geq 0\,,\ 0 \leq z \leq 2 - x - y\}$.
Bereken de inhoud van C.

Opgave 4 (25 pt)
Zij $S_R \subset \mathbb{R}^3$ de bol $S_R = \{(x, y, z) \,|\, x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2\}$, waarbij $R > 0$. De rand van S_R wordt aangegeven met D_R en heeft een naar buiten wijzende normaal. Gegeven is het vectorveld:

$$\mathbf{F} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + zx\mathbf{k}\,.$$

Bereken de flux van $\mathbf{F}$ door D_R:

(a) (15 pt) Rechtstreeks.

(b) (10 pt) Met behulp van de divergentiestelling.

Opgave 5 (25 pt)
Zij $\mathcal{T} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, x^2 - z = 0\,,\ 0 \leq x \leq 1\,,\ 0 \leq y \leq 1\}$. Voorzie dit oppervlak van een normaal waarvan de k-component positief is. Zij

$$\mathbf{G}(x, y, z) = xy\mathbf{i} + xyz\mathbf{j} + xz\mathbf{k}$$

Zij

$$I = \int\!\!\int_{\mathcal{T}} (\nabla \times \mathbf{G}) \cdot \mathbf{N}\, \mathrm{d}S$$

(a) Bereken I rechtstreeks. (10 pt)

(b) Bereken I door middel van de stelling van Stokes. (15 pt)