

# TENTAMEN SPELTHEORIE

27 juni 2017 , 13.30-16.30

---

- Zet op elk blad dat je inlevert je naam en studentnummer.
  - Als je een onderdeel niet kunt maken, mag je het wel gebruiken in de volgende onderdelen.
  - Geef niet alleen antwoorden, maar laat ook zien hoe je er aan komt.
- 

## Opgave 1, 20 pt

Beschouw het volgende bi-matrix spel:

$$\begin{pmatrix} (2, 4) & (6, 2) & (3, 2) \\ (4, 2) & (0, 4) & (5, 2) \\ (2, 6) & (2, -2) & (1, 1) \end{pmatrix}$$

- (a) (20 pt.) Bepaal alle Nash evenwichten van dit spel.

## Opgave 2, 25 pt

Dolores verkoopt klassieke auto's. Humbert heeft z'n oog laten vallen op een Alfa Romeo Giulietta Veloce Spider uit 1958.

Van dit type auto's is een fractie  $p$  in prima staat en een fractie  $1 - p$  is matig onderhouden. Deze informatie is bij beiden bekend. Prima auto's hebben natuurlijk een hogere waarde, dus is het voor Humbert belangrijk te weten wat de staat van de auto is voor hij een bod doet. We nemen aan dat  $p = \frac{1}{2}$ .

De Natuur heeft bepaald of deze specifieke auto prima of matig is.

Humbert vraagt aan Dolores naar de staat van de auto. Dolores antwoordt Goed (om aan te geven dat de auto prima is) of Slecht (om aan te geven dat de auto matig onderhouden is), maar haar antwoord hoeft niet noodzakelijk waar te zijn. Humbert besluit na het antwoord van Dolores of hij een Hoog bod of een Laag bod doet.

Als Dolores aan Humbert heeft verteld dat de auto Goed is, zal ze een Hoog bod accepteren, maar niet een Laag bod. Als ze hem heeft verteld dat de auto Slecht is, zal ze zowel een Hoog als een Laag bod accepteren.

Humbert heeft een payoff van +1 als hij een prima auto voor een Hoog bod heeft gekregen, of een matige auto voor een Laag bod. Als hij een prima auto voor een Laag bod krijgt is z'n payoff +2, maar een matige auto voor een Hoog bod geeft hem een payoff van -1. Als er geen transactie is geweest (omdat z'n bod is afgewezen) is z'n payoff 0.

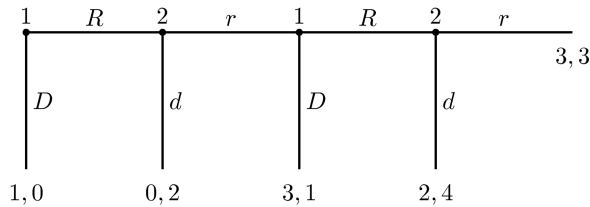
Dolores heeft een payoff van +1 als zij een prima auto voor een Hoog bod heeft

verkocht, of een matige auto voor een Laag bod. Als zij een matige auto voor een Hoog bod heeft verkocht heeft ze een payoff van +2. Een prima auto verkopen tegen een Laag bod levert haar een payoff van -1. Als er geen transactie is geweest is haar payoff 0.

Daarnaast moet van haar payoff een bedrag  $r \geq 0$  worden afgetrokken, als blijkt dat ze niet de waarheid heeft gesproken. Humbert ontdekt natuurlijk snel genoeg of z'n auto de kwaliteit heeft die Dolores hem heeft wijs gemaakt en zo niet, dan lijdt Dolores reputatieschade ter waarde van  $r$ .

- (10 pt) Geef de extensive form van dit spel.
- (10 pt) Neem  $r = 0$  en bepaal alle Nash evenwichten. Geef bij elk evenwicht aan of het Perfect Bayesian is en zo ja, geef de bijbehorende beliefs.
- (5 pt) Bepaal een waarde van  $r$  waarvoor dit spel een separating evenwicht heeft.

**Opgave 3, 20 pt**



Hierboven zie je de extensive form van het Centipede game.

- (5 pt) Geef de strategieruimte van speler 1 en van speler 2.
- (5 pt) Bepaal de backward-inductieoplossing. Geef zowel de strategieën als de payoff.
- (10 pt) Geef een ander Nash evenwicht van dit spel. Laat zien dat dit evenwicht geen subgame perfect evenwicht is.

**Opgave 4, 15 pt**

Er zijn  $n > 1$  getuigen van een misdaad. Elke getuige wil dat de politie gebeld wordt. Als de politie komt, geeft dat een voldoening  $v > 0$  voor elke getuige. De politie bellen brengt een kost van  $c$  met zich mee, waarbij  $0 < c < v$ . De politie komt als tenminste één getuige belt. Elke getuige heeft dus als strategieruimte  $\{B, N\}$ , waarbij  $B$  betekent "bellen" en  $N$  staat voor "niet bellen". De payoff voor een getuige is 0 als niemand de politie belt,  $v - c$  als zij zelf de politie belt en  $v$  als zij niet de politie belt, maar tenminste één andere getuige wel.

- (5 pt) Bepaal alle Nash evenwichten in zuivere strategieën.

- (b) (10 pt) In een gemengde strategie speelt elke getuige  $i$  de strategie  $N$  met kans  $p_i$  en  $B$  met kans  $1 - p_i$ , met  $0 \leq p_i \leq 1$ . We noemen een strategieprofiel  $(p_1, \dots, p_n)$  symmetrisch als er een  $p \in [0, 1]$  is met  $p_i = p$ , voor alle  $i = 1, \dots, n$ . Bepaal het symmetrische Nash evenwicht in gemengde strategieën en bepaal de waarde van  $p$  als  $n \rightarrow \infty$ . Hint: in zo'n evenwicht heeft elke getuige dezelfde payoff voor  $B$  als voor  $N$ .

**Opgave 5, 20 pt.**

Neem  $N = \{1, 2, 3\}$  en  $\nu(\{1\}) = 0$ ,  $\nu(\{2\}) = 0$ ,  $\nu(\{3\}) = 0$ ,  $\nu(\{1, 2\}) = 50$ ,  $\nu(\{1, 3\}) = 60$ ,  $\nu(\{2, 3\}) = 30$ ,  $\nu(\{1, 2, 3\}) = 120$ .

- (a) (5 pt.) Bepaal de Shapley waarde van dit spel.
- (b) (7 pt.) Bepaal de kern ("core") van dit spel. Geef een twee-dimensionale grafische voorstelling van de kern.
- (c) (8 pt.) Bepaal de nucleolus van dit spel.