

Bachelorscripties

Jaap van Oosten

Januari 2015; herzien, januari 2017

Vanaf september 2014 is het schrijven van een bachelorscriptie verplicht voor alle wiskundestudenten. Deze tekst richt zich tot zowel studenten als docenten. De eisen waaraan een bachelorscriptie moet voldoen, worden uitgewerkt. Vervolgens wordt een procedure voor de beoordeling van scripties voorgesteld.

1 Aard en zwaarte van de scriptie

Tijdens de bacheloropleiding heb je diverse malen een schrijfpdracht moeten doen, van verschillende aard. In de bachelorscriptie gaat het om het *schrijven van wiskunde voor wiskundigen*, zoals dat gebeurt in wetenschappelijke artikelen en boeken.

Wie een wetenschappelijke tekst schrijft, doet dit met een bepaald publiek voor ogen: schrijf ik voor een algemeen wiskundig publiek, of alleen voor specialisten in een deelgebied? Het publiek dat je voor ogen hebt, beïnvloedt natuurlijk je schrijfstijl. Aan specialisten hoef je minder uit te leggen. Voor een bachelorscriptie lijkt het redelijk om als publiek te nemen: alle docenten van het Mathematisch Instituut. Nemen we de doorsnede van wat alle docenten van wiskunde weten, dan komen we uit op ongeveer de eerste twee jaar van de studie wiskunde. Dat is dus de achtergrondkennis die je bij je lezers bekend mag veronderstellen.

Het werk aan een bachelorscriptie valt in twee fasen te verdelen:

Analyse Het uitpluizen van een stuk wiskunde. Dat wil zeggen: een onderwerpje (bijvoorbeeld een artikel, of deel van een boek dat je is gesuggereerd door een docent) helemaal, tot in detail begrijpen. Hier hoort bij: je eventuele benodigde voorkennis eigen maken.

Voor scripties in de toegepaste hoek ligt dit anders: hier wordt nogal eens een probleem uit het dagelijks leven, bijvoorbeeld een optimalisatieprobleem, geanalyseerd en voor wiskundige behandeling vatbaar gemaakt. Het kan ook gaan om de verbetering van een algoritme.

Synthese Vervolgens worden de elementen die de Analyse heeft opgeleverd, samengevoegd in een wiskundig correct, logisch gestructureerd en leesbaar verhaal.

De praktijk wijst uit, dat de twee bovengenoemde fasen ongeveer evenveel tijd in beslag nemen. Dat betekent dat voor een scriptie van 7.5 studiepunten (ects) ongeveer 3.75 punten (de helft van een standaardcursus in de bacheloropleiding) wiskunde bestudeerd wordt, en de rest van de tijd aan het schrijven wordt besteed. Docenten zullen hiermee rekening moeten houden als zij een scriptieproject formuleren. De praktijk op ons instituut tot nu toe is, dat studenten in het algemeen veel meer tijd aan de scriptie spenderen dan aan een ander 7.5 punts vak, en vaak in hun enthousiasme verder gaan dan de docent had gesuggereerd. Echter: nu de scriptie voor iedereen verplicht wordt, is het raadzaam de omvang goed in de gaten te houden en de 7.5 puntengrens serieus te nemen.

2 Uiterlijk van de scriptie

De scriptie heeft een titelblad met UU-logo; dit is te downloaden op <http://www.uu.nl/organisatie/huisstijl/downloads/logo>.

Het titelblad vermeldt in elk geval de volgende zaken:

- titel van de scriptie
- dat het om een bachelorscriptie gaat; als het een TWIN-scriptie is, moet dit ook vermeld
- naam van de auteur
- naam van de begeleider
- datum van voltooiing van de scriptie

3 Structuur en Stijl

3.1 Structuur

In de eerste plaats verwachten we van een wiskundige tekst, dat het materiaal logisch is geordend. Definities gaan vooraf aan de stellingen waarin ze worden gebruikt. Stellingen gaan vooraf aan andere stellingen, waarin ze worden toegepast. Maar een logische ordening houdt ook in, dat het materiaal wordt opgesplitst in kleinere, samenhangende hoofdstukjes die deelgebiedjes van het scriptieonderwerp behandelen.

In de tweede plaats moet je een ‘verhaal’ schrijven. Dat betekent dat je je best doet om de lezer te blijven boeien. Dat lukt niet zo goed met een gortdroge lijst definities. Vertel de lezer zodra dat kan, waar het allemaal heen gaat. Zoals hier:

6.2 Integrable Functions

In this section we shall use the Riemann condition to prove the integrability of a wide variety of functions. We shall also consider algebraic and order properties of the Riemann integral. Readers who wish to directly look at the fundamental connection between differentiation and Riemann integration may pass on to the next section [...] ([2]).

Hier wordt niet alleen geschetst wat er in de komende paragraaf gebeurt, ook wordt verteld wanneer je als lezer dit stuk veilig kunt overslaan.

Erg vervelend en helaas veel voorkomend is dat een auteur een redenering begint waarvan we (als lezer) geen idee hebben waar die op uitloopt, totdat er plotseling staat: “We hebben nu bewezen:

Stelling 2...”

Halmos ([3]) noemt dit de ‘rambling approach’, die leidt tot de ‘hanging theorem’.

Definities zijn natuurlijk niet te vermijden in een wiskundige tekst. Om het leesbaar te houden zijn hier drie tips:

- 1) Formuleer de definitie zo intuïtief mogelijk, liefst in gewone-mensentaal. Of geef zowel de formele definitie als een intuïtieve benadering. Voorbeeld:

A function $p : X \rightarrow Y$ is continuous if it takes nearby points to nearby points. Precisely, $p^{-1}(U)$ is open if U is open ([8], p. 5).

- 2) Geef voorbeelden. Bedenk, dat het verhelderend kan zijn om naast voorbeelden van de definitie ook voorbeelden te geven van dingen die juist *niet* aan de definitie voldoen.
- 3) Plaats een definitie zo dicht mogelijk bij de stelling, waarin zij voor het eerst wordt gebruikt.

Tenslotte hoort bij elk verhaal een *inleiding*, waarin iets verteld wordt over de context van het in de scriptie behandelde probleem (wanneer en door wie is het het eerst geformuleerd? In welke andere gebieden speelt het een rol? Heeft een oplossing ergens toepassingen?) en over de manier waarop je je bronnen hebt gebruikt. Dit is ook de plaats om duidelijk te maken aan de lezer welk deel van je scriptie ontleend is aan werk van anderen, en wat je eigen bijdrage is (als die er is). Zie ook het eind van paragraaf 4!

3.2 Stijl

Dit is vreselijk:

Let $D \subseteq \mathbb{R}$ and let $f:D \rightarrow \mathbb{R}$ be a function. We say that f is **uniformly continuous** on D if

$(x_n), (y_n)$ any sequences in D and $x_n - y_n \rightarrow 0 \implies f(x_n) - f(y_n) \rightarrow 0$

([2], p. 79)

Ik doe een poging tot verbetering: We say that $f:D \rightarrow \mathbb{R}$ is uniformly continuous on D if for any two sequences $(x_n), (y_n)$ in D such that $x_n - y_n \rightarrow 0$ for $n \rightarrow \infty$, we have $f(x_n) - f(y_n) \rightarrow 0$.

Probeer in elk geval iets te produceren dat lijkt op een correcte zin.

Wiskundigen maken zinnen waarin wiskundige uitdrukkingen voorkomen. Die kunnen het onderwerp van een zin zijn (zoals in: “in that case, x is irrational”) maar ook een zin op zichzelf, zoals “ $x > 0$ ”.

Het getuigt van slechte stijl om een zin of zinsdeel te laten beginnen met een wiskundig symbool.

In plaats van het eerste voorbeeld zou ik dus schrijven “in that case, the real number x is irrational”; en het tweede voorbeeld zou ik nooit als zelfstandige zin gebruiken.

Er zijn een aantal teksten geschreven over het onderwerp *schrijven in de wiskunde*:

- het boek *Handbook of Writing for the Mathematical Sciences* door Nicholas J. Higham ([4])
- het boekje *Mathematical Writing* door Donald E. Knuth, Tracy Larrabee en Paul M. Roberts ([6]) dat (zonder de illustraties) ook online te verkrijgen is: [7]
- het artikel *How to write Mathematics* van Paul R. Halmos ([3])
- online de slides *Ten Simple Rules for Mathematical Writing* van Dimitri Bertsekas ([1])

Veel van deze teksten benadrukken dat er weinig vaste regels zijn, en dat hun belangrijkste nut eruit bestaat, dat de lezer zich bewust is van het belang van goed schrijven, en dat hij of zij een eigen stijl moet ontwikkelen. Een hoop adviezen zijn van discutabele waarde. Zo zegt Bertsekas bijvoorbeeld:

Use active voice (“we” is better than “one”)

Afgezien nog daarvan dat “we” versus “one” niets met het onderscheid tussen bedrijvende en lijdende vorm (active/passive voice) te maken heeft: het mag zo zijn dat “we” beter is dan “one”, maar waarom niet “I” in plaats van “we”?

Higham geeft deze goede raad op blz. 45 van zijn boek:

Don’t be afraid of using a long or unusual word if it is just the right one

Hè ja, daar hebben we wat aan.

Samenvattend: je kunt beter goed kijken naar hoe goede wiskundigen schrijven, en je laten corrigeren door je begeleider, dan veel tijd steken in deze boekjes.

3.3 Vaak voorkomende fouten in het Engels

De meeste spelfouten en taalfouten haal je uit je tekst door een spellingschecker te gebruiken, maar niet deze: “We shall now *proof* theorem 4”, “in this *prove*, ...”.

Verder weten de meeste mensen wel dat het Engels, als het om *veel* gaat, onderscheid maakt tussen *discrete, telbare* grootheden en andere (“many people”, “much wine”); maar niet iedereen is zich ervan bewust dat dit ook zo is voor *weinig* (“few people”, “little wine”), en voor *een hoeveelheid* (“a number of students”, “an amount of wine”).

Zelfs Engelsen maken wel eens fouten met het onderscheid tussen *its* en *it's*: het eerste is de bezittelijke vorm van *it* (*Society and its Discontents*); het tweede is een afkorting van *it is*, en is colloquial (spreektaal). Mijn advies: gebruik dit soort spreektaal niet in een scriptie; geen *it's, what's, who's, isn't, hasn't, can't*, etcetera.

4 Geestelijk eigendom en wetenschappelijke integriteit

Het is de bedoeling niet alleen dat je de scriptie schrijft in je eigen woorden, maar dat de hele scriptie *jouw werk* is. Wat betekent dat, *jouw werk*? Wat is ‘geestelijk eigendom’?

Een wiskundige die een artikel schrijft, doet veel meer dan een aantal vraagstukken oplossen. Meestal zal hij verschillende vragen met elkaar in verband brengen; het formuleren van zo’n verband is dikwijls een wiskundig probleem op zichzelf. Je zou de vergelijking kunnen trekken met een muzikale compositie, waarin diverse thema’s worden gepresenteerd, die via allerlei operaties (omkeringen, transposities, overgang van grote terts naar kleine enz.) en doorwerkingen in elkaar overgaan en zo één geheel vormen.

Wat het wetenschappelijk artikel dan weer onderscheidt van een kunstproduct is, dat de wetenschapper zijn werk in een context van bestaand onderzoek plaatst: hij geeft duidelijk aan wat de stand van zaken was vóór zijn artikel, en welk werk van anderen voor zijn onderzoek relevant geweest is.

De originaliteit van een artikel is te zien op drie niveaus: op het niveau van de wiskundige techniek, op het niveau van de formulering van resultaten (hier hoort bijvoorbeeld ook bij: nieuwe definities), en op het niveau van de

opbouw van het geheel.

Al deze vormen van originaliteit zijn een deel van wat we het ‘geestelijk eigendom’ van de auteur noemen.

Wetenschappelijke integriteit betekent (onder andere) het respecteren van andermans geestelijk eigendom. Dat betekent dat je niet probeert iets onder je eigen naam te verkopen, dat niet van jou is. We gaan dus geen passages uit artikelen zomaar overschrijven.

Maar hoe dan? Je ontkomt er immers niet aan werk van iemand anders te behandelen in je scriptie. Je moet dan *navertellen in je eigen woorden*. Dit heet *parafraseren*. Voor sommige korte stukjes kun je ervoor kiezen iemand te *citeren*.

4.1 Citeren

Citeren is het overnemen van een passage uit een bron (een artikel of een boek) waarbij aan de volgende drie voorwaarden is voldaan:

1. In de typografie wordt duidelijk gemaakt dat er geciteerd wordt. Dit kan door het geciteerde tussen aanhalingstekens “(..)” te zetten, door het geciteerde in *cursief* te zetten of door het citaat duidelijk uit de tekst te laten springen:

English is one of the most synonym-rich languages, thanks to the words it has adopted from other languages, and each member of a set of synonyms can have a different tone and shade of meaning.

(N.J. Higham, *Handbook of Writing for the Mathematical Sciences*, p. 45)

2. Het citaat is letterlijk gelijk aan de geciteerde tekst, of daarvan een letterlijke vertaling.

3. Bij het citaat wordt aangegeven waar het uit komt, en wel zo precies mogelijk, om controle te vergemakkelijken. Citeer je uit een boek, noem dan liefst het nummer van de pagina, sectie of stelling.

Bij deze voorwaarden kan het volgende worden opgemerkt.

Terzake 2: soms is geheel en al letterlijk citeren onhandig, bijvoorbeeld omdat je iets wil citeren in een lopende zin, en de zinsbouw van het citaat niet parallel loopt met jouw zin. Het kan dan nodig zijn een of meer woorden uit het citaat weg te laten, of woorden toe te voegen die er niet, of niet in

die volgorde, stonden. Dit geven we aan met vierkante haken []. Een woord, of zinsdeel, dat tussen zulke haken is geplaatst is een toevoeging van de citeerder. Door [...] in te voegen geven we aan dat we iets uit het citaat hebben weggelaten.

Een voorbeeld: stel je wilt voorwaarde 2 in een lopende zin citeren, beginnend met “Van Oosten zegt, dat...”. Dan kan dat zo: “Van Oosten zegt, dat *het citaat [...] letterlijk gelijk [is] aan de geciteerde tekst*”. De cursivering geeft aan dat hier geciteerd wordt, en het gebruik van de haken maakt de lezer duidelijk dat de woordvolgorde is veranderd, maar verder niets. Iets vergelijkbaars doe je als je, om een of andere reden, het citaat in de verleden tijd wil zetten.

Natuurlijk moet met het gebruik van de haken eerlijk worden omgegaan! Het zal iedereen duidelijk zijn dat, als we de uitspraak “The defendant is not guilty” citeren als *The defendant is [...] guilty*, er sprake is van een *frauduleus citaat*.

Ik geef nog twee andere voorbeelden van het serieus nemen van letterlijkheid. Als in het geciteerde stuk cursiveringen voorkomen, geven we dat aan:

Try not to begin a sentence with *there is* or *there are*.

(Higham, l.c., p.44; cursivering in het origineel)

De afkorting “l.c.” betekent *loco citato*, en betekent dat je uit dezelfde bron citeert als je al eerder hebt aangegeven.

Het kan ook omgekeerd, als je zelf iets in het citaat wil benadrukken:

I prefer the present tense to the future tense *for referring to later parts of the paper*

(Higham, l.c., p.46; cursivering van mij)

Het tweede voorbeeld is, als in de geciteerde tekst iets onverwachts staat, bijvoorbeeld een verschrijving. Door het invoegen van [sic] (‘zo staat het er echt!’) geven we aan dat we hier letterlijk overnemen. Staat ergens *The Axiom of Chalice is not needed here* dan kunnen we citeren: “The Axiom of Chalice [sic] is not needed here”.

Terzake 3: het precies aangeven van waar iets staat, gaat ook op voor wiskundige stellingen:

Theorem 4.1 ([5]) *All orthonormal bases of a given Hilbert space have the same cardinality.*

Omdat je hier uit een boek citeert is het beter het nummer van de stelling erbij te geven:

Theorem 4.2 ([5], 8.13) ...

4.2 Parafraseren

Met het in je eigen woorden navertellen van een artikel van iemand anders ben je er nog niet! Immers, de hele opbouw van het artikel behoort ook tot het geestelijk eigendom van de auteur, dus als we alinea voor alinea een bepaalde behandeling volgen (wat nodig kan zijn) moet dit duidelijk vermeld worden! Bijvoorbeeld:

In deze paragraaf volg ik de behandeling van [5], hoofdstuk 8.

4.3 Eigen werk claimen

Het is volstrekt in orde om, als je zelf iets hebt bedacht (dit kan een stelling zijn, maar ook een definitie, een nieuw bewijs of een andere manier om een stuk theorie te behandelen), dit duidelijk aan te geven. Sterker nog, het is zelfs verplicht. Immers, net zo verkeerd als het is om het werk van een ander voor het jouwe uit te geven is het, iemand anders in de schoenen te schuiven wat jij hebt gedaan. Als je in een bepaald deel van je scriptie voornamelijk het werk van één auteur behandelt, dan geef je niet alleen dat aan, maar ook, wanneer je daarvan afwijkt.

4.4 Citeren van andere bronnen dan gedrukte literatuur

Het is bijna altijd wel nodig om naar een webpagina te verwijzen (zoals dit stuk ook doet). Zet er altijd bij, *wanneer je de betreffende pagina hebt geraadpleegd*; webpagina's willen nogal eens veranderen!

Nogal eens is een scriptie gebaseerd op andere gegevens dan wetenschappelijke literatuur. Bijvoorbeeld: een didactische scriptie kan gebaseerd zijn op statistisch materiaal. Dit materiaal moet dan toegankelijk zijn! Geef aan waar het, voor controle van je werkwijze, te raadplegen is.

Iets soortgelijks gaat op voor een computerprogramma dat je geschreven hebt. Niemand zit te wachten op pagina's vol code in je scriptie, maar het programma moet toegankelijk zijn (bijvoorbeeld digitaal).

5 Beoordeling van scripties

Voor de bachelor-onderzoeksopdracht krijgt de student 3 cijfers: een voor het “proces” dat voor 30% meetelt (hoe zelfstandig heeft de student gewerkt?), een voor de mondelinge presentatie van de scriptie dat voor 20% meetelt, en een cijfer voor het geschreven eindproduct (telt voor 50%).

Sinds 2014 is een “tweede lezer” ook bij bachelorscripties vereist. Het Mathematisch Instituut heeft ervoor gekozen, deze verplichting te implementeren door het instellen van een bachelor-scriptiecommissie.

De bachelor-scriptiecommissie beoordeelt het geschreven eindproduct (dus *niet* het proces en de presentatie). We gebruiken hier de normering die is opgesteld door een commissie onder leiding van Prof Erik van den Ban, medio 2016.

In het volgende overzicht valt nogal eens het woord “wiskunde”. Nu zien we scripties van allerhande soort: scripties in de zuivere wiskunde, maar ook verslagen van een project, uitgevoerd in een bedrijf; scripties op het gebied van geschiedenis; didactische scripties. Voor zinnen als “de wiskunde is correct (foutloos)” moet dan gelezen worden: “de technieken van het betreffende vakgebied zijn correct (foutloos) toegepast”.

Een minimumeis aan de geschreven scriptie is, dat deze niet zondigt tegen de wetenschappelijke integriteit. Zowel lokaal als globaal wordt het gebruik van bronnen verantwoord, als uitgelegd in sectie 4.

Bij de beoordeling kijken we naar de volgende 4 aspecten: het niveau van de wiskunde, de behandeling van de wiskunde, de stijl, en de structuur. Voor elk aspect wordt gekeken in onderstaande tabel, waar de scriptie te plaatsen is; uiteindelijk kiezen we een cijfer dat het best overeenkomt met de deelcijfers voor de 4 aspecten. Hoewel onderstaand overzicht niet verder gaat dan het cijfer 9, kan natuurlijk aan een scriptie die in alle opzichten ruimschoots in die categorie valt, best een 9.5 of zelfs een 10 worden gegeven.

- 6 – De wiskunde is van bachelor-niveau
- De behandeling bevat nog fouten, maar is grotendeels correct
- Stijl is houderig of kletserig, of droog

- Structuur is grotendeels aanwezig; hier en daar nog rommelig
- 7 – De wiskunde is van het niveau gevorderd bachelor/begin master
 - De behandeling is correct, op een paar foutjes na
 - Stijl is goed leesbaar, misschien hier en daar nog wat droog
 - Structuur is aanwezig
- 8 – De wiskunde steekt duidelijk uit boven bachelor-niveau
 - De behandeling is foutloos
 - Stijl is soepel
 - Structuur is overal duidelijk aanwezig
- 9 – De wiskunde steekt duidelijk uit boven bachelor-niveau, en bevat nieuwe elementen t.o.v. de literatuur
 - De behandeling is foutloos en toont volledige beheersing van de stof
 - Stijl getuigt van wiskundige rijpheid
 - Structuur is overal duidelijk aanwezig

6 Werkwijze van de bachelor-scriptiecommissie

De commissie gaat als volgt te werk:

- 1) De begeleidende docent vult een zg. "Thesis Assessment Form" in. Hij/zij formuleert hierin het oorspronkelijke onderzoeksproject, geeft een beeld van het scriptieproces en vertelt duidelijk wat er wiskundig in de scriptie gebeurt. Hij/zij geeft cijfers voor "proces" en presentatie, en doet een gemotiveerd voorstel voor een cijfer voor het geschreven werk, gebaseerd op de criteria van paragraaf 5. De docent stuurt vervolgens de scriptie en het assessment form naar mij (j.vanoosten@uu.nl).
- 2) De scriptiecommissie toetst steekproefsgewijs de correctheid van de wiskunde. Zij bekijkt de stijl en opbouw van de scriptie, stelt vast of er wetenschappelijke context is behandeld en hoe brongebruik is verantwoord. De commissie gaat ook na dat er geen vergrijpen tegen de wetenschappelijke integriteit zijn gepleegd.

- 3) Vervolgens komt de commissie tot een conclusie omtrent het voorgestelde cijfer. Als de commissie tot een ander cijfer komt dan de begeleidende docent, wordt contact gezocht met de docent. Blijft onenigheid bestaan, dan brengt de commissie de scriptie, en alle te berde gebrachte argumenten terzake de beoordeling, ter kennis van de examencommissie en verzoekt deze om een uitspraak.

Als de begeleidende docent ook lid is van de commissie, neemt hij/zij geen deel aan de beraadslagen van de commissie omtrent deze scriptie, behalve als begeleidend docent.

- 4) In alle gevallen schrijft de commissie een beknopte conclusie op, die wordt gearchiveerd.

References

- [1] Dimitri Bertsekas. Ten Simple Rules for Mathematical Writing, 2002. Slides van voordrachten aan MIT, beschikbaar op http://www.mit.edu/~dimitrib/Ten_Rules.pdf. Geraadpleegd 31 januari 2015.
- [2] S.R. Gharpade and B.V. Limaye. *A Course in Calculus and Real Analysis*. Springer Verlag, 2006.
- [3] P.R. Halmos. How to write Mathematics. *L'Enseignement mathématique*, XVI:157–186, 1970.
- [4] Nicholas J. Higham. *Handbook of Writing for the Mathematical Sciences*. SIAM, 1993.
- [5] S. Kantorovitz. *Introduction to Modern Analysis*, volume 8 of *Oxford Graduate Texts in Mathematics*. Oxford University Press, Oxford, 2003.
- [6] Donald E. Knuth, Tracy Larrabee, and Paul M. Roberts. *Mathematical Writing*. Mathematical Association of America, 1989.
- [7] Donald E. Knuth, Tracy Larrabee, and Paul M. Roberts. *Mathematical Writing*, 1989. Text van [6], zonder de illustraties. Beschikbaar op <http://www-cs-faculty.stanford.edu/~uno/klr.html>. Geraadpleegd 31 januari 2015.
- [8] P. May. *A Concise Course in Algebraic Topology*. Chicago Lectures in Mathematics. Chicago Press, 1999.