

WISB108 Inf 2 hertentamen

Donderdag 16 maart 2023, 17:00

Aanwijzingen

- Alle opgaven mogen in vrije volgorde op hetzelfde blad.
- Geef altijd een duidelijke uitwerking met voldoende tekst-uitleg. Alleen een antwoord zonder motivatie is altijd fout, en alleen formules meestal ook.
- Werk rustig, netjes en duidelijk.
- Zorg dat je uitwerking maar één interpretatie toelaat.
- Je kunt alle (deel)vragen onafhankelijk van elkaar maken, ook als een eerdere (deel)vraag niet gelukt is.
- Alle informatie op dit opgavenblad mag bij alle (deel)opgaven gebruikt worden.
- Je mag gebruik maken van een spiekbrieven (met de hand enkelzijdig beschreven). De spiekbrieven inleveren met je werk.
- Andere hulpmiddelen zijn niet toegestaan.
- Notatie: met log wordt de natuurlijke logaritme met grondtal e bedoeld.
- Totaal 28 punten.

Normering

100% Uitwerking is correct, efficiënt en getuigt van een goed begrip van de theorie. Het is helder opgeschreven met voldoende toelichting. Een onbelangrijk rekenfoutje kan misschien door de vingers gezien worden.

75% Grote lijn begrepen, maar technische vaardigheid schiet tekort; signaleert falende *sanity checks* maar is niet in staat de problemen op te lossen; maakt meerdere fouten (al dan niet door slordigheid); geeft wel enige uitleg maar niet voldoende; gebruikt verwerpelijke notaties.

50% Weet ongeveer wat te doen maar lijdt aan gebrek aan vaardigheid en/of inzicht; mist belangrijke gevalonderscheidingen of uitzonderingen etc.; herkent evident foute tussenresultaten niet; toont onvoldoende vaardigheid/controle/zelfreflectie. Een combinatie van meerdere bij 75% genoemde tekortkomingen kan ook leiden tot deze normering.

25% Aardig begintje maar het levert niet echt wat op, of: een combinatie van meerdere bij 50% genoemde tekortkomingen.

0% Geen idee wat te doen, of: geeft alleen formules zonder uitleg en de opgave vereiste meer dan alleen simpel rekenwerk.

Opmerking: indien *ernstige* fouten gemaakt worden op het gebied van vwo-voorkennis (kettingregel vergeten, slechte beheersing gonio, ...) kan de normering een punt lager uitvallen dan anders het geval zou zijn geweest.

1. Zij $f(x, y) = (x^2 + y^2) \sin(x^2 y)$. Bereken $\nabla f(2, 0)$. 4 pt.

2. Zij f gegeven door $f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x}$ op het domein $\mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0}$. Geef een parametrisering van de kromme die de niveauverzameling van $f(x, y) = -2$ is. 4 pt.

3. Een kromme is geparametriseerd met 4 pt.

$$\mathbf{r}(t) = t \cos(2t)\hat{\mathbf{i}} + t \sin(2t)\hat{\mathbf{j}} + (1 - t)\hat{\mathbf{k}},$$

voor $0 \leq t \leq 1$. Bereken de lengte van dat deel van de kromme.

Je mag gebruiken dat $\int \sqrt{1+x^2} dx = \frac{1}{2}x\sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2}\log(x + \sqrt{1+x^2}) + C$.

4. Integreer y over het oppervlak in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0}$ begrensd door de x -as en de kromme $r = 1 + \cos \theta$. 4 pt.
In de oorspronkelijke opgave stond het domein \mathbb{R}^2 waardoor de opgave enigszins ambigu werd; hier is bij het nakijken rekening mee gehouden. De domeinen $\mathbb{R} \times \mathbb{R}_{>0}$ en \mathbb{R}^2 in opgaven 2 en 4 zijn per ongeluk verwisseld!

5. Zij $\mathbf{F}(x, y, z) = (2y^2 - z^2, cxy, \frac{1}{3}z^3 - 2xz)$. Voor welke $c \in \mathbb{R}$ geldt er dat \mathbf{F} conservatief is? 4 pt.

6. Bereken de flux van het vectorveld $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^2 y, -10xy^2, 0)$ door het oppervlak $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}^3$ gedefinieerd door $z = xy$ voor x, y in de rechthoek $0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1$. 4 pt.

7. Gegeven is een functie $k: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Voor functies $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definiëren we een nieuwe functie K_f als volgt: 4 pt.

$$K_f(x) = \int_0^x k(x, y) f(y) dy.$$

Merk op dat K_f zelf een functie $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is. Indien we deze voor het gemak g noemen, dus $K_f = g$, dan kunnen we vervolgens definiëren:

$$K_f^2(x) = K_g(x).$$

Er blijkt te gelden:

$$K_f^2(x) = \int_0^x \int_y^x \dots f(y) dz dy.$$

Zoek uit wat er op de stipfels moet staan en leg uit waarom.